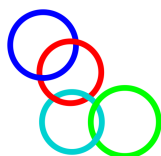


Parachute-ringen

Een vroege versie van wat we nu een parachute noemen werd al beschreven in Leonardo's *Codex Atlanticus* (ca. 1485). Leonardo's parachute bestond uit een groot linnen doek dat werd opgehouden door een piramidevormige houten structuur.

Geschakelde ringen

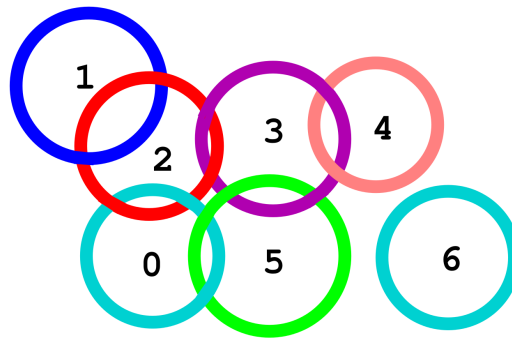
Skydiver Adrian Nicholas heeft Leonardo's ontwerp meer dan 500 jaar later getest. Daarvoor werd de parachute aan het lichaam bevestigd via een moderne lichtgewicht structuur. We gebruiken er geschakelde ringen voor, waar het doek aan vastgehaakt kan worden. Elke ring is gemaakt van een flexibel en sterk materiaal. Ringen kunnen gemakkelijk aan elkaar geschakeld worden door ze te openen en opnieuw te sluiten. Een speciale configuratie van geschakelde ringen is de *ketting*. Een *ketting* is een reeks ringen waarbij elke ring enkel verbonden is met zijn (maximaal 2) burens, zoals hieronder is geïllustreerd. Zo'n reeks moet een begin en een einde hebben (ringen die met ten hoogste 1 andere ring zijn verbonden). Als speciaal geval is een enkele ring ook een *ketting*.



Ook andere configuraties zijn mogelijk, omdat een ring ook geschakeld kan worden aan drie of meer andere ringen. We zeggen dat een ring *kritisch* is als na het verwijderen ervan, alle overblijvende ringen een verzameling kettingen vormen (of als er geen andere ringen overblijven). Met andere woorden, er mogen alleen kettingen overblijven.

Voorbeeld

Beschouw de 7 ringen in de volgende figuur, genummerd van 0 tot en met 6. Er zijn twee kritische ringen. De eerste kritische ring is nummer 2: nadat hij is weggehaald, vormen de overige ringen de kettingen [1], [0, 5, 3, 4] en [6]. De andere kritische ring is nummer 3: nadat deze is weggehaald vormen de overige ringen de kettingen [1, 2, 0, 5], [4] en [6]. Als we een andere ring weghalen, krijgen we niet een verzameling van kettingen. Bijvoorbeeld: na het weghalen van ring 5 kan je zeggen dat [6] een ketting is, maar de geschakelde ringen 0, 1, 2, 3 en 4 vormen geen ketting.



Opdracht

Je opdracht is om het aantal kritische ringen te tellen in een gegeven configuratie die aan je programma zal doorgegeven worden.

In het begin is er een bepaald aantal niet met elkaar verbonden ringen. Deze ringen worden één voor één aan elkaar geschakeld. Op elk moment kan je gevraagd worden wat het aantal kritische ringen is in de huidige configuratie. Daarvoor moet je drie functies implementeren.

- `Init(N)` — deze functie wordt precies éénmaal aangeroepen in het begin, om te weten te komen dat er N niet met elkaar verbonden ringen zijn, genummerd van 0 tot en met $N - 1$, in de beginsituatie.
- `Link(A, B)` — de twee ringen A en B worden aan elkaar geschakeld. We garanderen dat A en B verschillende ringen zijn die nog niet direct aan elkaar geschakeld zijn. Er zijn geen bijkomende randvoorwaarden voor A en B , in het bijzonder zijn er geen fysische beperkingen op het aaneenschakelen van de ringen. Uiteraard zijn `Link(A, B)` en `Link(B, A)` equivalent.
- `CountCritical()` — geeft het aantal kritische ringen terug voor de huidige configuratie van geschakelde ringen.

Voorbeeld

Bekijk de figuur met $N = 7$ ringen en veronderstel dat deze oorspronkelijk niet geschakeld zijn. We laten een mogelijke volgorde van functie-aanroepen zien, waarna we de situatie hebben gekregen die afgebeeld wordt in die figuur.

Instructie	Resultaat
Init(7)	
CountCritical()	7
Link(1, 2)	
CountCritical()	7
Link(0, 5)	
CountCritical()	7
Link(2, 0)	
CountCritical()	7
Link(3, 2)	
CountCritical()	4
Link(3, 5)	
CountCritical()	3
Link(4, 3)	
CountCritical()	2

Subtaak 1 [20 punten]

- $N \leq 5\,000$.
- De functie `CountCritical` wordt slechts éénmaal aangeroepen, en dat als laatste. De functie `Link` wordt maximaal 5 000 keer aangeroepen.

Subtaak 2 [17 punten]

- $N \leq 1\,000\,000$.
- De functie `CountCritical` wordt slechts éénmaal aangeroepen, en dat als laatste. De functie `Link` wordt maximaal 1 000 000 keer aangeroepen.

Subtaak 3 [18 punten]

- $N \leq 20\,000$.
- De functie `CountCritical` wordt maximaal 100 keer aangeroepen. De functie `Link` wordt maximaal 10 000 keer aangeroepen.

Subtaak 4 [14 punten]

- $N \leq 100\,000$.
- De functies `CountCritical` en `Link` worden, samen, maximaal 100 000 keer aangeroepen.

Subtaak 5 [31 punten]

- $N \leq 1\,000\,000$.

- De functies `CountCritical` en `Link` worden, samen, maximaal 1 000 000 keer aangeroepen.

Implementatiedetails

Je moet precies één bestand indienen, genaamd `rings.c`, `rings.cpp` of `rings.pas`. Dit bestand moet de gevraagde functies implementeren volgens deze declaraties:

C/C++ programma's

```
void Init(int N);  
void Link(int A, int B);  
int CountCritical();
```

Pascal programma's

```
procedure Init(N : LongInt);  
procedure Link(A, B : LongInt);  
function CountCritical() : LongInt;
```

Deze functies moeten werken zoals hierboven werd beschreven. Natuurlijk staat het je vrij bijkomende functies te implementeren voor intern gebruik. Je inzendingen mogen op geen enkele manier interageren met standaard input/output, of met andere bestanden.

Voorbeeld-grader

De voorbeeld-grader leest de invoer in het volgende formaat:

- regel 1: `N, L`;
- regels 2, ..., $L + 1$:
 - `-1` om `CountCritical` aan te roepen;
 - `A, B` als parameters van `Link`.

De voorbeeld-grader zal alle resultaten van `CountCritical` printen.